

Geogebra in linearne preslikave (MARS 2008)

S programom Geogebra bomo izdelali nekaj interaktivnih prikazov v zvezi z linearnimi preslikavami.

1. Linearne preslikave ravnine.

- (a) Nariši mnogokotnik z oglišči $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$, $(3, 0)$, $(3, 3)$, $(2, 3)$, $(2, 2)$, $(1, 3)$, $(0, 3)$.
- (b) Kaj je to linearna preslikava $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$?
- (c) Definiraj štiri drsnike a, b, c, d . Nato izračunaj, kam preslikava $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ preslika prejšnje točke in nariši nov mnogokotnik.
- (d) Kako moraš nastaviti koeficiente a, b, c, d , da dobiš raztege, zrcaljenja, projekcije, strige, vrtež in podobno?
- (e) Kakšen je geometrijski pomen izraza $ad - bc$?
- (f) Preslikavo f komponiraj še s translacijo, tako da definiraš neko točko T in vsaki koordinati mnogokotnika prišteješ T . (Dobljena preslikava ni več linearna, ampak *afina*.)
- (g) Izpelji, kakšne morajo biti vrednosti a, b, c, d , da bo ustrezna preslikava ravno vrtež okoli izhodišča za kot α .
- (h) Definiraj kot s pomočjo drsnika v obliki krožnice in ustrezno predefiniraj a, b, c, d . Vrti!

Opombe: Ali so vse linearne preslikave tudi izometrije? Ali so vse izometrije tudi linearne? Ali je množica vseh linearnih preslikav grupa?

2. 3D koordinate.

- (a) Izdelajte drsni eliptične oblike za kot α . (Narišite elipso z gorišči $(4, 3)$, $(3, 3)$ in glavno polosjo 0.52. Z izbrano točko na njej definirajte kot α .)
- (b) Kot prej izdelajte še drsni za kot β . (Narišite elipso z gorišči $(3.5, 2.5)$, $(3.5, 3.5)$ in glavno polosjo 0.52, itd.)
- (c) Izračunajte, kam se vektorji $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 1)$ preslikajo pri vrtenju za kot α okrog osi z .
- (d) Izračunajte, kam se vektorji $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 1)$ preslikajo pri vrtenju za kot β okrog osi x .
- (e) Izračunajte, kam se vektorji $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 1)$ preslikajo pri projekciji vzdolž osi y , in odrežite ustrezno koordinato.
- (f) Izračunajte, kam vektorje $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 1)$ preslika kompozitum prejšnjih preslikav in narišite ustrezne vektorje oz. točke I, J, K in točko $O(0, 0)$.
- (g) Skozi te točke narišite koordinatne osi in preizkusite pomikati drsnike.
- (h) Zdaj lahko rišete točke, premice in daljice v prostoru. Točko $(1, 2, 3)$ npr. vneseš kot $I + 2J + 3K$. Narišite kak zanimiv objekt (npr. kocko) in ga zavrtite s pomikanjem drsnikov.

Opomba: naša *linearna projekcija* ne da realističnega prostorskega vtisa (vzporedne premice na sliki ostanejo vzporedne, zato izgubimo občutek o oddaljenosti objektov). Bolj realistična bi bila *perspektivna projekcija* (premise, ki so v resnici vzporedne, se na sliki sekaajo v eni, dveh ali treh točkah "na obzorju"). Slikarji so jo odkrili v renesansi, matematične temelje t.i. *projektivni geometriji* pa je dal Desargues v 17. stoletju.